

# Basis estocástico en un modelo HJM consistente con la construcción de curvas

Teresa Martínez Bravo  
Madrid, 17 de Septiembre 2009

Banco Santander S.A. advierte que esta presentación contiene manifestaciones sobre previsiones y estimaciones. Dichas previsiones y estimaciones están incluidas en diversos apartados de este documento e incluyen, entre otras, comentarios sobre el desarrollo de negocios futuros y rentabilidades futuras. Mientras estas previsiones y estimaciones representan nuestros juicios sobre expectativas futuras de negocios, puede que determinados riesgos, incertidumbres y otros factores relevantes ocasionen que los resultados sean materialmente diferentes a lo esperado. Entre estos factores se incluyen, (1) situación del mercado, factores macroeconómicos, directrices regulatorias y gubernamentales, (2) movimientos en los mercados bursátiles nacionales e internacionales, tipos de cambio y tipos de interés, (3) presiones competitivas, (4) desarrollos tecnológicos, (5) cambios en la posición financiera o de valor crediticio de nuestros clientes, deudores o contrapartes. Los factores de riesgo y otros factores fundamentales que hemos indicado podrían afectar adversamente a nuestro negocio y al comportamiento y resultados descritos y contenidos en nuestros informes pasados, o en los que presentaremos en el futuro, incluyendo aquéllos remitidos a las entidades reguladoras y supervisoras.

Nota.- la información contenida en esta publicación no está auditada.

## Verano de 2007: comienza la crisis

- Es una crisis de crédito y liquidez.
- Causada, en origen, por activos inmobiliarios tóxicos (*subprime mortgages*) cuyo valor fue sobreestimado, y cuyo riesgo fue infraestimado.
- Se extendió a todas las economías debido a la comercialización internacional de derivados que se construyeron sobre esos activos para transferir el riesgo.
- Estos derivados no estaban adecuadamente valorados: *ratings* imperfectos, laxitud reguladora que permitía tenerlos fuera del balance.

# La crisis vista desde un bar en Berlín

<http://opencast.wordpress.com/2009/03/11/credit-crunch-explained-in-simple-terms>

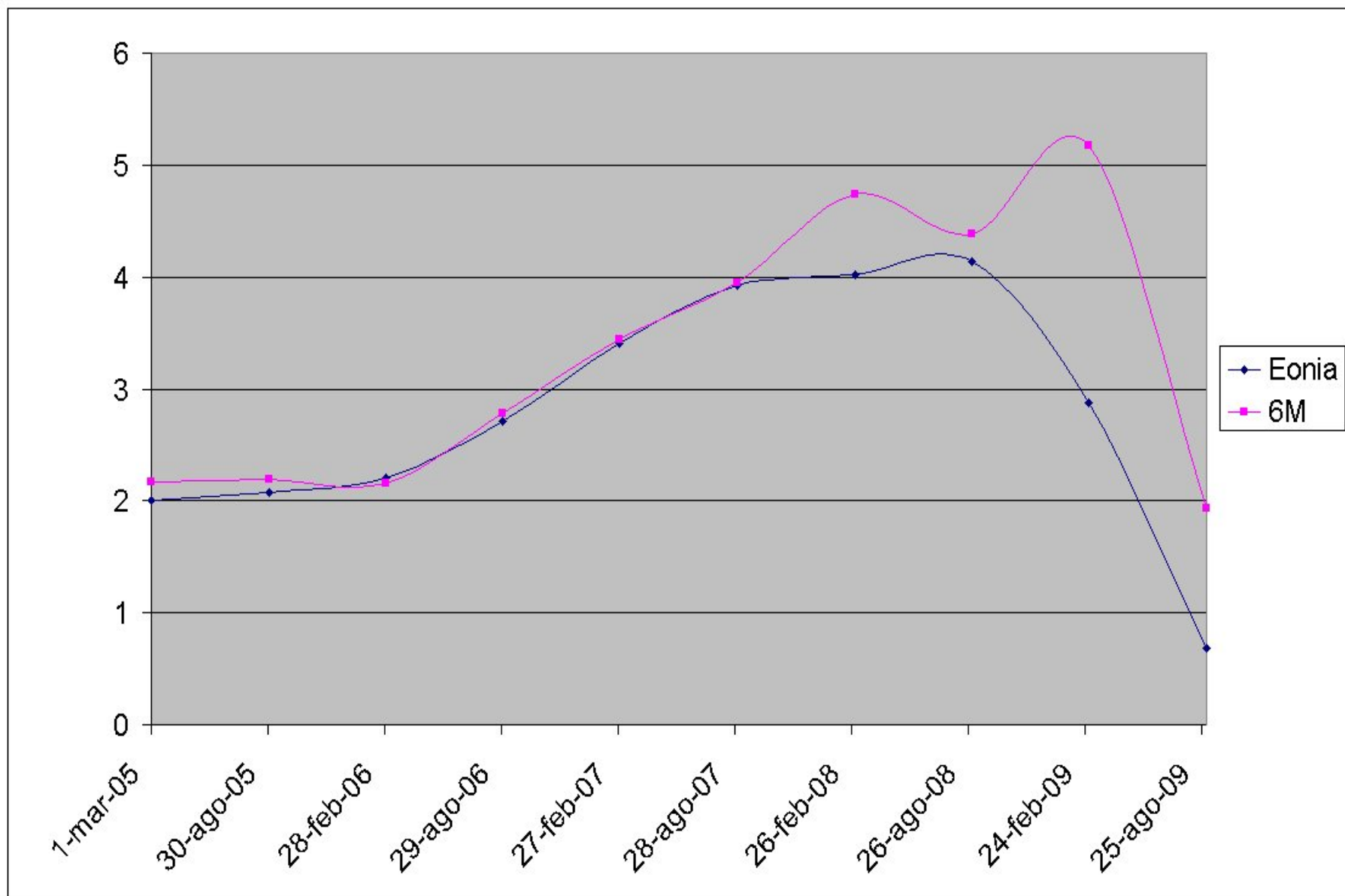
- Heidi es la propietaria de un bar en Berlín. Para incrementar las ventas, decide permitir a sus clientes más fieles (la mayoría alcohólicos sin empleo) beber ahora y pagar más tarde. Por supuesto, apunta las bebidas consumidas.
- Se corre la voz, y cada vez más clientes acuden al bar de Heidi.
- Dado que los clientes no tienen que pagar en el momento, Heidi sube los precios del vino y la cerveza, y el volumen de ventas aumenta masivamente.
- Un joven y dinámico consultor de Servicios al Cliente del banco local apuesta por estas deudas de los clientes como un activo valorable, e incrementa el límite de los préstamos de Heidi. Las deudas de los clientes actúan como colateral.
- En la sede central del banco, expertos banqueros transforman estos activos en DRINKBONDS, ALKBONDS y PUKEBONDS, que se comercializan en mercados internacionales. Casi nadie entiende realmente qué son, pero como sus precios suben continuamente, se convierten en súper-ventas.

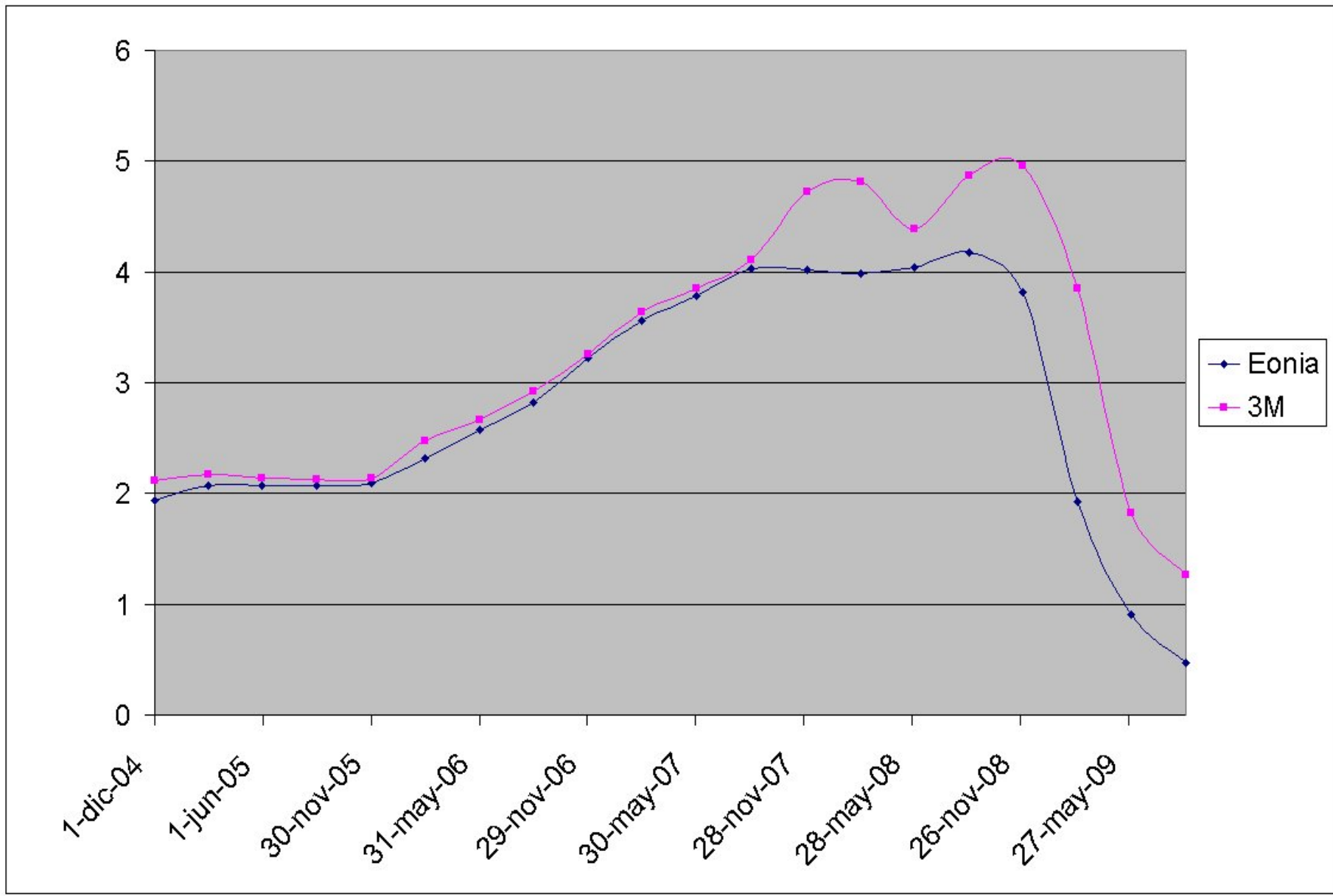
- Un día, aunque los precios siguen subiendo, un Director de Riesgos del banco (despedido a continuación por su negatividad y evidente mal rollo), decide que ha llegado el momento de que la deuda de los clientes del bar se haga efectiva.
- Sin embargo, los clientes no pueden pagar la deuda.
- Heidi no puede devolver los préstamos del banco y se declara en bancarrota.
- El precio de los DRINKBOND y ALKBOND cae un 95%, el del PUKEBOND se estabiliza, después de caer un 80 %.
- Los proveedores del bar de Heidi, teniendo garantizados su generosos pagos y habiendo invertido en los productos derivados de sus clientes, se encuentran con una nueva situación. El proveedor de vino se declara en bancarrota, y al de cerveza lo compra la competencia.
- El banco es salvado por el Gobierno después de una serie de conversaciones contra reloj entre los líderes de los distintos partidos.
- Los fondos requeridos se obtienen elevando los impuestos a los no bebedores.

# Consecuencias en el mercado

**Restricción crediticia:** se altera la circulación normal del dinero

- Las empresas no consiguen créditos de los bancos, aumenta el desempleo. Disminuye el consumo.
- Los ciudadanos no encuentran facilidad en los bancos para financiar sus grandes compras (vivienda y vehículo). Disminuye el consumo.
- La disminución del consumo reduce la circulación de dinero, que perjudica a las empresas y favorece el desempleo.
- Los bancos se muestran recelosos unos de otros y no se prestan dinero.
- Las diferencias entre tipos antes (casi) equivalentes se amplían: por ejemplo, el tipo a seis meses es más alto (ya no de una manera despreciable) que la composición de dos tipos a tres meses, el tipo *swap* con el mismo vencimiento del swap subyacente y pagos semianuales en la pata flotante, se separa (y es mayor) que el mismo tipo swap, pero con pagos trimestrales en la pata flotante.





## Consecuencias prácticas. Valoración con varias curvas

Cuando se podía confiar en la coherencia de una única curva, el pago flotante de un Libor estándar de mercado se valoraba como

$$L(0, T, U)|_{\text{pagado en } U} = B(0, T) - B(0, U) = m(T, U)B(0, U) \left[ \left( \frac{B(0, T)}{B(0, U)} - 1 \right) \frac{1}{m(T, U)} \right],$$

donde

- $B(0, t)$  precio de un bono cupón cero que paga un euro en tiempo  $t$  (factor de descuento a tiempo  $t$ ),
- $\left( \frac{B(0, T)}{B(0, U)} - 1 \right) \frac{1}{m(T, U)}$  expresión del tipo Libor para el periodo de devengo  $(T, U)$
- $m(T, U)$  fracción de tiempo de  $T$  a  $U$ .

Esta expresión se deriva usando argumentos de no arbitraje, fundamentados en hipótesis de liquidez y en la existencia de una única curva cupón cero.

Libor (*London Inter-Bank Offered Rate*) o Euribor (*Europe Inter-Bank Offered Rate*) son tasas simples (lineales), construidas como una media de tipos a los cuales ciertos bancos (de *rating* AAA) están dispuestos a prestarse dinero durante un periodo preespecificado (típicamente 3M, 6M, 1Y).

En tal préstamo cerrado hoy ( $t = 0$ ), los flujos para el banco que presta un nominal  $N$  son:

- a tiempo  $T \geq t$ : paga  $N$ .
- a tiempo  $U, U \geq T \geq t$ : recibe  $N(1 + L(t; T, U)m(T, U))$

Si el préstamo es a coste cero hoy:

$$N(1 + L(t; T, U)m(T, U))B(t, U) - NB(t, T) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$L(t; T, U) = \left( \frac{B(t, T)}{B(t, U)} - 1 \right) \frac{1}{m(T, U)}$$

Para  $t \geq 0$  en general, el tipo Libor *forward*  $L(t; T, U)$  se define como el tipo simple (visto en  $t$ ) que obtendremos en el mercado para una inversión de un euro durante el periodo  $(T, U)$ . La estrategia que replica esta inversión es:

- a tiempo  $t$ : vendemos un bono con vencimiento en  $T$  y usamos los  $B(t, T)$  euros recibidos para comprar  $B(t, T)/B(t, U)$  bonos con vencimiento en  $U$ .
- a tiempo  $T$ : pagamos un euro.
- a tiempo  $U$ : recibimos  $B(t, T)/B(t, U)$  euros.

El resultado es que una inversión de un euro en tiempo  $T$  reporta  $B(t, T)/B(t, U)$  euros de beneficio en tiempo  $U$ , y el tipo de esta inversión es

$$1 + L(t; T, U)m(T, U) = \frac{B(t, T)}{B(t, U)}$$
$$\Downarrow$$
$$L(t; T, U) = \left( \frac{B(t, T)}{B(t, U)} - 1 \right) \frac{1}{m(T, U)}$$

## Consecuencias prácticas. Valoración con varias curvas

- En la situación actual de mercado este cálculo proporciona estimaciones para tipos *forward* que **no son necesariamente los que cotiza el mercado**.
- Las estrategias de replicación anteriores ya no son válidas en el mercado actual.
- La solución práctica adoptada por el mercado es valorar un flujo flotante estándar sobre Libor como

$$L(0, T, U)|_{\text{pagado en } U} = m(T, U) B_d(0, U) \left[ \left( \frac{B_r(0, T)}{B_r(0, U)} - 1 \right) \frac{1}{m(T, U)} \right],$$

siendo  $B_d$  y  $B_r$  factores de descuento calculados a partir de las curvas de descuento y estimación, respectivamente.

- Mucho cuidado con la aplicación de argumentos de no arbitraje, quedan invalidados en muchos casos.
- Ausencia (de momento) de un marco teórico general para su desarrollo.

# Nuestro objetivo

Definir las condiciones bajo las cuales un modelo de evolución de tipo HJM para las tasas *forward* instantáneas es consistente con la práctica de mercado.

Supondremos que bajo la probabilidad de riesgo neutro,  $\mathbb{P}$ , cuyo numerario asociado es la cuenta bancaria  $e^{\int_0^t r_d(s) ds}$ , las tasas *forward* instantáneas de las curvas de descuento y de referencia son

$$\begin{aligned}df_d(t, T) &= \mu_d(t, T)dt + \sigma_d(t, T)dW_t^d, & r_d(t) &= f_d(t, t) \\df_r(t, T) &= \mu_r(t, T)dt + \sigma_r(t, T)dW_t^r.\end{aligned}$$

Nuestro objetivo es encontrar condiciones en el término de deriva de la SDE de la curva de estimación tales que

$$L(t, T, U)|_{\text{pagado en } U} = E_t^{\mathbb{P}} \left( e^{-\int_t^U r_d(s) ds} L_r(T^*, T, U) \right) = B_d(t, U) L_r(t, T, U).$$

donde

$$L_r(t, T, U) = \left( \frac{B_r(t, T)}{B_r(t, U)} - 1 \right) \frac{1}{m(T, U)} := \left( e^{\int_T^U f_r(t, T') dT'} - 1 \right) \frac{1}{m(T, U)}.$$

# Nuestro objetivo

- La teoría de no arbitraje nos proporciona

$$\mu_d(t, T) = \sigma_d(t, T) \int_t^T \sigma_d(t, s) ds.$$

- Nuestra condición es una extensión natural de la definición práctica en el mercado de las curvas de descuento y referencia.
- Para cada curva de referencia tenemos la misma condición, y solo aplica a pagos estándar de mercado del índice asociado a la curva de estimación.
- También consideramos el problema en el caso de varias divisas, encontrando condiciones sobre el término de deriva para las curvas de descuento y estimación en la economía foránea bajo la medida doméstica de riesgo neutro.
- No estamos tratando con la construcción de curvas.

# Valoración con varias curvas. Literatura

## Valoración con dos curvas en modelos HJM:

- Duffie y Singleton [DS], Schönbucher [S2] y Chiarella, Fanelli y Musti [ChFM], extienden el modelo HJM para valorar *spreads* de crédito a través de una evolución HJM del bono de *default*.
- Schönbucher [S1] en el contexto del *Libor Market Model*.

## Modelos que incorporan riesgo de iliquidez:

- Jarrow y Protter [JP], y Acerbi y Scandolo [AS], definen marcos generales para incorporar riesgo de iliquidez en la valoración (extienden los argumentos de no arbitraje al caso en el que el precio depende del tamaño de la transacción).

## Multi-divisa:

- Boenkost y Schmidt [BS] y Tanaka [T], valoración de *cross-currency swaps*.

# Valoración con varias curvas. Literatura

## Modelos multi-curva de tipos:

- Bianchetti [Bi]: usa una analogía con FX. La valoración incluye ajustes de tipo *quanto*.
- Mercurio [M] extiende el *Libor Market Model*, consistente con la valoración de productos *vanilla* de mercado (sin ajuste).
- Kijima, Tanaka y Wong [KTW], desarrollan un modelo con tres curvas para valorar opciones sobre bonos y *swaps*.

# Deriva de la ecuación de la curva de estimación

Supondremos que bajo la probabilidad de riesgo neutro,  $\mathbb{P}$ , cuyo numerario asociado es la cuenta bancaria  $e^{\int_0^t r_d(s) ds}$ , las tasas *forward* instantáneas de las curvas de descuento y de referencia son

$$\begin{aligned}df_d(t, T) &= \mu_d(t, T)dt + \sigma_d(t, T)dW_t^d, & r_d(t) &= f_d(t, t) \\df_r(t, T) &= \mu_r(t, T)dt + \sigma_r(t, T)dW_t^r, \\ \rho(t) dt &= d\langle W^d, W^r \rangle_t\end{aligned}$$

Nuestro objetivo es encontrar condiciones sobre  $\mu_r(t, T)$  tales que

$$L(t, T, U)|_{\text{pagado en } U} = E_t^{\mathbb{P}} \left( e^{-\int_t^U r_d(s) ds} L_r(T^*, T, U) \right) = B_d(t, U) L_r(t, T, U).$$

donde

$$L_r(t, T, U) = \left( \frac{B_r(t, T)}{B_r(t, U)} - 1 \right) \frac{1}{m(T, U)} := \left( e^{\int_T^U f_r(t, T') dT'} - 1 \right) \frac{1}{m(T, U)}.$$

# Deriva de la ecuación de la curva de estimación

Podemos escribir

$$E_t^{\mathbb{P}} \left( e^{-\int_t^U f_d(s,s) ds} L_r(T^*, T, U) \right) = E_t^{\mathbb{P}} \left( e^{-\int_t^{T^*} f_d(s,s) ds} B_d(T^*, U) L_r(T^*, T, U) \right),$$

La condición se satisface si el proceso

$$X_u = e^{-\int_t^u f_d(s,s) ds} B_d(u, U) L_r(u, T, U)$$

Es martingala bajo la medida de riesgo neutro.

Nuestro objetivo será encontrar las condiciones sobre  $\mu_r(t, T)$  que lo aseguren.

En el contexto de una única curva,

$$B_d(u, U) L_r(u, T, U) = B(u, U) L(u, T, U) = \frac{B(t, T) - B(t, U)}{m(T, U)}$$

representa el precio de un activo y el proceso descontado es martingala por la teoría general de no-arbitraje.

# Deriva de la ecuación de la curva de estimación

La condición anterior se satisface imponiendo que el proceso

$$Z_t = B_d(t, U) \frac{B_r(t, T)}{B_r(t, U)} = B_d(t, U) e^{\int_T^U f_r(t, T') dT'}$$

satisfaga una difusión de Itô de la forma

$$\frac{dZ_t}{Z_t} = f_d(t, t) dt + (\text{un término de martingala}).$$

Aplicando la regla de Itô a la expresión de  $Z_t$  obtenemos la condición sobre el drift

$$\int_T^U \mu_r(t, t') dt' = - \int_T^U \sigma_r(t, t') \int_T^{t'} \sigma_r(t, t'') dt'' dt' + \rho(t) \int_t^T \sigma_d(t, t') dt' \int_T^U \sigma_r(t, t') dt',$$

para todo  $0 \leq t \leq T < U$ , siendo  $T$  y  $U$  los tiempos inicial y final asociados al periodo natural de devengo del índice asociado a la curva.

**Hipótesis:**  $U = T + \delta$  con  $\delta$  el *tenor* del índice asociado a la curva de estimación ( $\delta = 3M, 6M, \text{ect.}$ ).

# Deriva de la ecuación de la curva de estimación

Llamamos

$$g_r(t, T) = - \int_T^{T+\delta} \sigma_r(t, t') \int_T^{t'} \sigma_r(t, t'') dt'' dt' + \rho_r^d(t) \int_t^{T+\delta} \sigma_d(t, t') dt' \int_T^{T+\delta} \sigma_r(t, t') dt',$$

Para todo  $T \geq t$ . En particular, con  $T = t$ ,

$$g_r(t, t) = - \int_t^{t+\delta} \sigma_r(t, t') \int_t^{t'} \sigma_r(t, t'') dt'' dt' + \rho_r^d(t) \int_t^{t+\delta} \sigma_d(t, t') dt' \int_t^{t+\delta} \sigma_r(t, t') dt'.$$

Hay una infinidad de elecciones para el valor de  $\mu_r(t, t')$  con  $t' \in [t, t + \delta)$  que satisfacen

$$\int_t^{t+\delta} \mu_r(t, t') dt' = g_r(t, t),$$

por ejemplo

$$\mu_r(t, t') = \frac{1}{\delta} g_r(t, t),$$
$$\mu_r(t, t') = -\sigma_r(t, t') \int_t^{t'} \sigma_r(t, t'') dt'' + \rho(t) \sigma_r(t, t') \int_t^{t+\delta} \sigma_d(t, t') dt'.$$

# Deriva de la ecuación de la curva de estimación

Para todo  $T \geq t + \delta$ , derivamos en  $T$  nuestra condición y obtenemos que se debe satisfacer

$$\mu_r(t, T + \delta) - \mu_r(t, T) = \frac{\partial g_r}{\partial T}(t, T).$$

Iterando, para  $T \in [t + i\delta, t + (i + 1)\delta)$ , podemos escribir

$$\begin{aligned}\mu_r(t, T) &= \mu_r(t, T - \delta) + \frac{\partial g_r}{\partial T}(t, T - \delta) \\ &= \mu_r(t, T - 2\delta) + \frac{\partial g_r}{\partial T}(t, T - \delta) + \frac{\partial g_r}{\partial T}(t, T - 2\delta) = \dots \\ &= \mu_r(t, T - i\delta) + \sum_{j=1}^i \frac{\partial g_r}{\partial T}(t, T - j\delta).\end{aligned}$$

Esta ecuación define de manera unívoca  $\mu_r(t, T)$  una vez conocidos los términos de volatilidad del modelo y la forma inicial de  $\mu_r$ , y garantiza que nuestra condición se cumple.

# Deriva de la ecuación de la curva de descuento foránea

Para la curva de descuento foránea y el tipo FX *spot* asumimos

$$\begin{aligned}df^d(t, T) &= \mu^d(t, T)dt + \sigma^d(t, T)dW_t^d, \\df^f(t, T) &= \mu^f(t, T)dt + \sigma^f(t, T)dW_t^f, \\ \frac{dS(t)}{S(t)} &= [f^d(t, t) - f^f(t, t)]dt + \sigma^S(t)dW_t^S.\end{aligned}$$

Consideramos la cantidad

$$S(t)B^f(t, T)$$

**Hipótesis:** Una vez construida la curva cupón cero de descuento para la economía foránea vista desde la economía doméstica, asumimos que

$$B^f(0, T) = e^{-\int_0^T f^f(0, s) ds}$$

es el precio hoy (en unidades de moneda foránea) de un contrato que paga una unidad de moneda foránea en tiempo  $T$ . Extendiendo este concepto a tiempo  $t > 0$ ,  $B^f(t, T)$  representa el precio a tiempo  $t$  del contrato que paga una unidad de moneda foránea en tiempo  $T$ , visto desde  $t$  (ambos precios vistos desde la economía doméstica).

# Deriva de la ecuación de la curva de descuento foránea

Con esta hipótesis, la cantidad

$$S(t)B^f(t, T),$$

es el precio del mismo contrato, traducido a unidades de moneda doméstica. El lema de Itô, las dinámicas para las cantidades involucradas y las condiciones clásicas de no arbitraje, imponen

$$\mu^f(t, T) = \sigma^f(t, T) \int_t^T \sigma^f(t, s) ds - \rho_S^f \sigma^f(t, T) \sigma^S(t),$$

donde

$$\rho_S^f(t) dt = d\langle W^f, W^S \rangle_t$$

# Deriva de la ecuación de la curva de estimación foránea

Para la economía foránea, asumimos:

$$\begin{aligned}df_d^f(t, T) &:= \mu_d^f(t, T)dt + \sigma_d^f(t, T)dW_t^{fd}, \\df_r^f(t, T) &:= \mu_r^f(t, T)dt + \sigma_r^f(t, T)dW_t^{fr}. \\ \rho_{fr}^{fd}(t) dt &:= d\langle W_d^f, W_r^f \rangle_t\end{aligned}$$

La condición impuesta en este caso es

$$L^f(t, T, U)|_{\text{pagado en } U} = E_t^{\mathbb{P}} \left( e^{-\int_t^U r_d^f(s) ds} L_r^f(T^*, T, U) \right) = B_d^f(t, U) L_r^f(t, T, U),$$

dado que las curvas se construyen para satisfacer esta condición en  $t = 0$ .

**Hipótesis:**  $U = T + \delta$  con  $\delta$  el *tenor* del índice asociado a la curva de estimación ( $\delta = 3M, 6M, \text{ect.}$ ).

# Deriva de la ecuación de la curva de estimación foránea

Esta condición es análoga a la impuesta a la curva de estimación doméstica con respecto a la curva de descuento doméstica. Por el mismo razonamiento, para  $T \in [t+i\delta, t+(i+1)\delta)$ ,  $i \geq 1$

$$\mu_r^f(t, T) = \mu_r^f(t, T - i\delta) + \sum_{j=1}^i \frac{\partial g_r^f}{\partial T}(t, T - j\delta),$$

donde

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_r^f}{\partial T}(t, T) = & -(\sigma_r^f(t, T + \delta) - \sigma_r^f(t, T)) \int_T^{T+\delta} \sigma_r^f(t, t'') dt'' dt' \\ & + \rho_{fr}^{fd}(t) \sigma_d^f(t, T + \delta) \int_T^{T+\delta} \sigma_r^f(t, t') dt' \\ & + \rho_{fr}^{fd}(t) \int_t^{T+\delta} \sigma_d^f(t, t') dt' (\sigma_r^f(t, T + \delta) - \sigma_r^f(t, T)). \end{aligned}$$

# Deriva de la ecuación de la curva de estimación foránea

La expresión para  $\mu_r^f(t, t')$  cuando  $t' \in [t, t + \delta)$  puede ser cualquiera que satisfaga

$$\int_t^{t+\delta} \mu_r^f(t, t') dt' = g_r^f(t, t),$$

siendo

$$g_r^f(t, t) = - \int_t^{t+\delta} \sigma_r^f(t, t') \int_t^{t'} \sigma_r^f(t, t'') dt'' dt' + \rho_{fr}^{fd}(t) \int_t^{t+\delta} \sigma_d^f(t, t') dt' \int_t^{t+\delta} \sigma_r^f(t, t') dt'.$$

# Conclusiones

- Práctica de mercado de valorar *swaps* con diferentes curvas, incorporando la nueva situación crediticia y de liquidez del mercado, y necesidad de adaptar los modelos a esta realidad.
- Las herramientas clásicas, sobre todo los argumentos de no arbitraje, deben usarse cuidadosamente.
- Es posible construir un modelo de tipo HJM que sea consistente con las prácticas de mercado de usar distintas curvas para estimar las tasas y para descontar los flujos en los *swaps* y de valorarlos sin ajustes.

## Bibliografía

- [AS] Acerbi, C., Scandolo, G., Liquidity risk theory and coherent measures of risk, *Quantitative Finance*, **8** (2008) 681–692.
- [Bi] Bianchetti, M. Two curves, one price: pricing and hedging interest rate derivatives using different yield curves for discounting and forwarding, preprint, available on line at [http://www1.mate.polimi.it/wqf09/WQF09/Quantitative\\_Finance/29/Aula\\_D/4-Fixed\\_Income/2-A-Bianchetti-DoubleCurvePricing-v1.4.pdf](http://www1.mate.polimi.it/wqf09/WQF09/Quantitative_Finance/29/Aula_D/4-Fixed_Income/2-A-Bianchetti-DoubleCurvePricing-v1.4.pdf)
- [BS] Boenkost, W., Schmidt, W., Cross currency swap valuation, preprint, available on line at [http://www.frankfurt-school.de/dms/publications-cqf/CPQF\\_Arbeits2.pdf](http://www.frankfurt-school.de/dms/publications-cqf/CPQF_Arbeits2.pdf)
- [ChFM] Chiarella, C, Fanelli, V., Musti, S., Modelling evolution of Credit Spreads using the Cox process within the HJM framework: a CDS option pricing model. Research Paper Series **232**, Quantitative Finance Research Centre, University of Technology, Sydney. Available on line at [http://www.business.uts.edu.au/qfrc/research/research\\_papers/rp232.pdf](http://www.business.uts.edu.au/qfrc/research/research_papers/rp232.pdf).
- [DS] Duffie, D., Singleton, K.J., Modeling Term Structures of Defaultable Bonds, *The Review of Financial Studies*, **12** (1999).
- [JP] Jarrow, R.A., Protter, P., Liquidity Risk and Option Pricing Theory, in *Handbook in Operations Research and Management Science*, Financial Engineering **15**, 727-762, J. Birge and V. Linetsky, eds., North Holland, 2007.

- [KTW] Kijima, M., Tanaka, M., Wong, T., A multi-quality model of interest rates, *Quantitative Finance* **9**, 133–145.
- [M] Mercurio, F. Interest Rates and The Credit Crunch: New Formulas and Market Models. Preprint. Bloomberg, QFR. Available on–line at <http://www.fabiomercurio.it/LMMpostcrunch5.pdf>
- [S1] Schönbucker, P.J., A Libor Market Model with default risk, Bonn Econ Discussion Papers,**15/2001**, Bonn Graduate School of Economics, Department of Economics, University of Bonn. Available on line at [ftp://web.bgse.uni-bonn.de/pub/RePEc/bon/bonedp/bgse15\\_2001.pdf](ftp://web.bgse.uni-bonn.de/pub/RePEc/bon/bonedp/bgse15_2001.pdf).
- [S2] Schönbucker, P.J., *Credit Derivatives pricing models. Models, Pricing and Implementation*, Wiley Finance Series, John Wiley and Sons, England, 2003.
- [T] Tanaka, K., Heterogeneous Yield Curves and Basis Swaps. Preprint. Available on–line at <http://www2.econ.osaka-u.ac.jp/library/global/dp/0312.pdf>

Muchas gracias por su atención

[mariatemartinez@gruposantander.com](mailto:mariatemartinez@gruposantander.com)



# Santander

GLOBAL BANKING & MARKETS



Dow Jones  
Sustainability Indexes  
Member 2008/09

